

ARTIGO

10.22481/praxisedu.v15i33.5292

PRÁCTICAS DISCURSIVAS, OPERATIVAS Y NORMATIVAS EN PROCESOS DE INSTRUCCIÓN DE LA MEDIDA DE MAGNITUDES

DISCURSIVE, OPERATIONAL AND NORMATIVE PRACTICES IN TEACHING
PROCESSES ON MEASUREMENT OF MAGNITUDES

PRÁTICAS DISCURSIVAS, OPERATIVAS E NORMATIVAS EM PROCESSOS DE
ENSINO SOBRE MEDIÇÃO DE GRANDEZAS

Teresa F. Blanco

Universidad de Santiago de Compostela – España

Isabel C. Nogueira

Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti – Portugal

Jose Manuel Diego-Mantecón

Universidad de Cantabria – España

Resumen: En esta investigación se analizan prácticas matemáticas en procesos de instrucción de las magnitudes y su medida, en el primer ciclo de educación básica en Portugal. Como marco teórico se empleó el enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, que diferencia entre prácticas discursivas, operativas y normativas. El estudio se realizó bajo una metodología cualitativa, con una muestra formada por cuatro profesoras. Los resultados revelan que las prácticas discursivas se inician en contextos extra-matemáticos para motivar al alumnado por la materia. Las prácticas operativas apuntan hacia registros de naturaleza algorítmica, siendo casi inexistentes las prácticas de medición indirecta por medio de instrumentos en los cursos superiores. Por último, las prácticas normativas aparecen para institucionalizar los conocimientos puestos en juego. Este análisis permitió establecer diferentes funciones de la actividad docente, siendo las profesoras las que asumen la orientación de todos los aspectos de los procesos de instrucción.

Palabras clave: Medida de magnitudes; Prácticas matemáticas; Enfoque ontosemiótico.

Abstract: In this research, mathematical practices are analyzed in the instructional processes of magnitudes and their measurement, in the first cycle of the primary education in Portugal. The Ontosemiotic approach to knowledge and mathematical instruction was employed as theoretical framework, differentiating among discursive, operational and normative practices. The study was undertaken under a qualitative analysis, with a sample of four teachers. The results reveal that discursive practices focus on extra-mathematical contexts to encourage students for the subject

learning. The operative practices point towards registers of algorithmic nature, being practically nonexistent the practices of indirect measurement by means of instruments in the superior courses. Finally, normative practices appear to institutionalize the knowledge put into play. These analyses allow establishing different functions of the teaching activity, being the teachers who assume the orientation of all the aspects of the instruction processes.

Keywords: Magnitudes measurement; Mathematical practices; Ontosemiotic approach.

Resumo: Nesta investigação são analisadas práticas matemáticas de processos de ensino de grandezas e medidas no 1.º ciclo do Ensino Básico em Portugal. Como marco teórico mobilizou-se o enfoque Ontossemiótico do conhecimento e instrução matemática, que distingue práticas discursivas, operativas e normativas. Neste estudo foi adotada uma metodologia qualitativa e utilizada uma amostra de quatro professores. Os resultados revelam que as práticas discursivas focam-se em contextos extramatemáticos como forma de motivação para o estudo deste domínio matemático. As práticas operativas apontam para registos de natureza algorítmica, sendo praticamente inexistentes práticas de medição indireta com instrumentos nos anos de escolaridade mais avançados. As práticas regulatórias parecem indiciar a institucionalização do conhecimento em jogo. Esta análise permitiu estabelecer diferentes funções da atividade docente, cabendo aos professores a orientação de todos os aspectos dos processos instrucionais.

Palavras chave: Enfoque Ontossemiótico; Medição de grandezas; Práticas matemáticas.

1. Introducción

Entendemos la práctica educativa como una fuente de conocimiento inestimable a la comprensión de las formas de producción de interacciones entre los procesos de aprendizaje y los procesos de enseñanza (DÍAZ BARRIGA, 2006). En los últimos años, el aula adquirió mayor relevancia en la investigación educativa, comprendida como un objeto de indagación e intervención, con especial incidencia en los procesos de interacción y de intercambio que en ella tienen lugar. Las prácticas están fuertemente condicionadas por el entorno y este se proyecta en los comportamientos de alumnos y profesores. Estos comportamientos se reconstruyen por medio de procesos sociales que tienen lugar en el aula y deben interpretarse, en primer lugar, desde ese micro contexto (BAGNI; D'AMORE, 2005; CIVIL; PLANAS, 2004; D'AMORE, 2005; D'AMORE; RADFORD; BAGNI, 2006; SEKIGUCHI, 2005; VOIGT, 1994).

En este paradigma, el aula de Matemáticas se entiende como un contexto de enseñanza y aprendizaje matemático que es construido conjuntamente por las actividades realizadas por profesores y alumnos. Esta construcción de sistemas de significados implementados y compartidos está en estrecha dependencia con la naturaleza y las condiciones específicas

mediante las cuales se realizaron dichos significados. Este contexto posibilita entender la manera en la que los alumnos aprenden matemáticas y los profesores las enseñan (D'AMORE; FONT; GODINO, 2007; DOUGLAS; CLEMENTS; SARAMA, 2009; LEHRER; JENKINS; OSANA, 1998; NOGUEIRA et al, 2016; NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 2005).

Desde el punto de vista matemático, la complejidad inherente a la formalización de los conceptos integrados en las magnitudes y su medida hace tanto su aprendizaje como su enseñanza tradicionalmente difícil. Desde la perspectiva de los alumnos, estos reducen este aprendizaje a la manipulación y memorización de reglas eminentemente aritméticas subyacentes al funcionamiento del Sistema Métrico Decimal. Desde la perspectiva de los profesores, estos tienen la tarea de presentar los conceptos de forma comprensible, y la transposición didáctica de este saber sabio en saber de enseñanza (CHEVALLARD, 1997, 1999) es una de las atribuciones más importantes de la comunidad de educadores de matemáticas, tomando mayor relevancia con alumnos de los primeros años de la educación básica (CHAMORRO, 1995; 2001; 2003; CHAMORRO; BELMONTE, 1988; VAN DE HEUVEL-PANHUIZEN; BUYS, 2005).

Las concepciones sobre las magnitudes y la medida no se forman de forma aislada, sino que, por el contrario, consisten en una red de conocimientos interconectados que preceden a la construcción y coordinación de tales concepciones (AIRES; CAMPOS, 2011; LEHRER, 2003). La comprensión del proceso de medición debe ser promovida en los primeros años de la educación básica mediante la realización de experiencias de comparación y de mediciones. El objetivo de esta materia en edades tempranas no es tanto que el alumno conozca unas reglas como que explore, juegue, experimente y realice preguntas y conjeturas (CHAMOSO et al, 2004; TUCKER, 2014). Estas experiencias deberán ser efectuadas por los niños mediante el contacto y la manipulación de diversos objetos de forma que en ellos reconozcan la existencia de diferentes atributos, en particular los que son mensurables (CASTRO MARTÍNEZ; OLMO; CASTRO MARTÍNEZ, 2002; CLEMENTS; BATTISTA; SARAMA, 1998; CLEMENTS; STEPHAN, 2004; PIRES, 1983; PIZARRO; GORGORIO; ALBARRACÍN, 2016).

En este contexto, se presenta en este artículo una investigación cualitativa centrada en el análisis de las prácticas matemáticas que forman parte de la actividad docente, desarrollada en el ámbito de las magnitudes y su medida en la enseñanza básica en Portugal.

2. Marco teórico

El enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemático (EOS) considera prácticas matemáticas todas las manifestaciones o acciones realizadas en el ámbito de la resolución de problemas matemáticos, dando un papel central al lenguaje, a los procesos de comunicación e interpretación y a la diversidad de objetos puestos en juego en los procesos de aprendizaje/enseñanza de las matemáticas, en la comunicación de sus soluciones, en la validación de esas soluciones y en su generalización a otros contextos y problemas (GODINO, 2002; GODINO; BATANERO, 1998; GODINO; CONTRERAS; FONT, 2006; GODINO; BATANERO; FONT, 2007).

Este modelo propone para las prácticas matemáticas tres tipologías: prácticas discursivas, operativas y normativas. Las prácticas *discursivas* recogen el desarrollo del proceso comunicativo para la presentación de conceptos, de procedimientos o de validación de la solución a los problemas planteados; las prácticas *operativas* contemplan toda la acción realizada para resolver problemas matemáticos; y las prácticas *normativas* regulan y establecen las normas, teoremas, conceptos y procedimientos, permitiendo su generalización a otros problemas. Esta tipificación posibilita comprender si la principal finalidad de una práctica es la resolución de situaciones-problema, en cuyo caso prevalece el componente operatorio, si es la producción de justificaciones para validar las acciones ejecutadas a través del uso del lenguaje, dando valor al componente discursivo o comunicativo; o si está particularmente orientada hacia la construcción de definiciones de conceptos o para la formulación de propiedades focalizando así la atención en el componente normativo (D'AMORE; FONT; GODINO, 2007).

El EOS ofrece una herramienta teórica que permite establecer diferentes niveles de análisis para procesos de instrucción matemática, centrados en las prácticas matemáticas y didácticas realizadas en el proceso de estudio, en los objetos y en los procesos que intervienen y/o emergen de dichas prácticas, en las normas y metanormas que rigen los procesos de estudio y en la adecuación o idoneidad didáctica de estos procesos (GODINO; CONTRERAS; FONT, 2006). Propone, de este modo, seis categorías de análisis interconectadas: *epistémica*, que comprende los significados institucionales implementados; *docente*, que establece las funciones del docente en el proceso de instrucción; *discente*, que recoge las acciones desempeñadas por los estudiantes; *mediacional*, que representa la distribución de los recursos tanto manipulativos como tecnológicos utilizados; *cognitiva*, que

corresponde a los significados personales de los estudiantes ;y *emocional*, que describe los estados emocionales (actitudes, valores, afectos y sentimientos) de cada alumno con respecto al proceso de estudio seguido y a los objetos matemáticos implicados (GODINO; CONTRERAS; FONT, 2006).

Este marco evalúa la pertinencia o adecuación de un proceso de estudio en relación al proyecto educativo a través de lo que define como *idoneidad didáctica*, es decir, evalúa la concordancia entre los significados personales construidos por los alumnos y los significados institucionales pretendidos y/o implementados (GODINO et al, 2006; GODINO, 2011; 2013). Basándose en las categorías de análisis anteriores propuestos por el EOS, la valoración de la idoneidad didáctica constituye una síntesis final que apunta a la identificación de aspectos reveladores de prácticas adecuadas, tanto de situaciones que podrán o deberán ser objeto de ajustes en nuevas implementaciones de procesos de estudio análogos. Así, la idoneidad didáctica de cualquier proceso de aprendizaje/enseñanza contempla analizar esa idoneidad didáctica desde las dimensiones epistémica, cognitiva, interactiva, mediacional, afectiva y ecológica, descritas en la guía general de indicadores propuesta en Godino (2013). De acuerdo con Godino (2011), la noción de idoneidad didáctica puede ser aplicada al análisis de un proceso de estudio implementado puntualmente en una clase, a la planificación o concreción de una unidad didáctica o al desarrollo integral de una propuesta curricular.

En este trabajo nos centraremos en la categoría de análisis de la actividad docente, analizándola desde las prácticas operativas, discursivas y normativas de las configuraciones instruccionales incluidas y detalladas en Nogueira (2016) y recurriendo a los indicadores de idoneidad didáctica presentados en Nogueira y Blanco (2017).

3. Metodología

Estableciendo como finalidad la comprensión de las prácticas de clases sobre la construcción de magnitudes y de la medida en el primer ciclo de educación básica, se ha desarrollado un estudio de casos agregado (PATTON, 2002), desde un marco interpretativo-descriptivo (PONTE, 1994). Se ha optado por la observación de los fenómenos en la acción que conduce a la observación directa y recogida de datos en ambientes naturales (YIN, 2005), recogiendo la información de distintas fuentes y concretando así un tipo de triangulación ya propuesta por Lüdke y André (1986) para estudios cualitativos.

Se utilizó una muestra intencional (GHIGLIONE; MATALON, 1989) con observaciones realizadas a cuatro profesoras en tres centros escolares. El estudio se llevó a

cabo en el primer ciclo de educación básica en Portugal que contempla cuatro cursos, con edades comprendidas entre los seis y los diez años. Se analizaron las prácticas matemáticas correspondientes al estudio de las magnitudes longitud para los cuatro cursos (1º, 2º, 3º y 4º), masa para los dos primeros (1º y 2º) y tiempo para los dos últimos (3º y 4º). Los instrumentos de recogida de datos fueron el cuaderno del investigador no participante y las prácticas de aulas registradas mediante grabación.

El plan de estudios portugués para el primer ciclo de educación básica establece dentro del tema de las magnitudes y su medida, la exploración de longitud, área, tiempo, masa, volumen, capacidad y dinero para este ciclo de la enseñanza. Las metas curriculares definidas para los aprendizajes de las magnitudes en esta investigación (longitud, masa y tiempo) apuntan a la comparación de diferentes cantidades de la misma magnitud, la utilización de unidades de medida no convencionales, la realización de mediciones con instrumentos adecuados, la utilización de unidades de medida no convencionales, las unidades de medida del sistema métrico, la conversión de medidas (en el marco del sistema métrico y del sistema horario) y la resolución de problemas relacionando medidas de la misma o de diferentes magnitud (BÍVAR et al, 2013).

4. Resultados

A continuación, se presentan los resultados atendiendo a las prácticas discursivas, operativas y normativas observadas en los procesos de instrucción de las magnitudes y su medida en el primer ciclo de educación básica, en los tres centros portugueses analizados. Para ilustrar los resultados se presentarán extractos de las transcripciones realizadas en cada una de las aulas. En las transcripciones se denota por *P1*, *P2*, *P3* y *P4* a las cuatro profesoras, respectivamente. Se utiliza *Als* para indicar que responden varios alumnos a la vez y *A* cuando responde uno solo. Estos procesos de instrucción se describen con más detalle en Nogueira (2016) y los indicadores de la idoneidad didáctica para la medida de magnitudes se recogen en Nogueira y Blanco (2017).

4.1 Prácticas discursivas

Tanto en los años de escolaridad iniciales como en los niveles de escolaridad siguientes, la práctica discursiva docente incide en la presentación oral de contextos

extramatemáticos como motivación para las tareas, la mayoría relacionadas con situaciones de la vida cotidiana de los alumnos (Tabla 1).

Tabla 1. Transcripciones de prácticas discursivas en contextos extramatemáticos

P2: Entonces ahora pensad que estoy organizando una fiesta. Me di cuenta de que me faltan algunas cositas: me falta un hilo para colgar globos de esta a esa pared; también noté que para la fiesta y para el zumo me faltan naranjas y azúcar. Como nuestro plato va a ser arroz con pollo, también necesito comprar arroz.

[A medida que va hablando, la profesora va registrando en el encerado los ingredientes que necesita:

_____ hilo

_____ naranjas

_____ azúcar

_____ arroz]

P2: Para ir de compras tengo que saber qué cantidades necesito: cuánto hilo es el que voy a comprar, la cantidad de naranjas, ...

Als: ... la cantidad de azúcar y la cantidad de arroz!

(Masa, segundo curso)

P4: Dadme ejemplos de bases circulares.

Als: Latas, vasos, tapas, ... [varios alumnos levantan la mano para responder]

P4: Imaginad que estáis en un pinar y se os pide que midáis el diámetro del tronco de un pino.

(Longitud, cuarto curso)

Las profesoras también movilizan contextos intramatemáticos, especialmente en el ámbito numérico, necesarios para la explicitación y comprensión de los contenidos integrados en las magnitudes y sus procesos de medición. Plantean cuestiones que apuntan a la elaboración de justificaciones o a la construcción de secuencias argumentativas por los alumnos. Estas últimas son también consecuencia de representaciones gráficas de sucesivos resultados que son propuestos por los alumnos y que, de alguna forma, las profesoras buscan sistematizar. Las intervenciones a nivel discursivo se destinan también a gestionar las intervenciones de los alumnos e institucionalizar los conceptos que se están trabajando (Tabla 2).

Tabla 2. Transcripciones de prácticas discursivas en contextos intramatemáticos

P2: Muy bien. Vamos a volver a las naranjas. ¿Vamos a utilizar qué, un metro?

Als: ¡No, las naranjas!

P2: ¿Es la unidad de medida?

Als: ¡No, es el kilo!

La profesora muestra la escala de la balanza dirigiéndose a cada una de las mesas, destacando que los números constantes de la escala varían de 100 en 100.

(Masa, segundo curso)

P3: ¿Puedo decir ocho horas y cuarenta minutos de otra manera?

Als: ¡Sí!

P3: S., puedes decir.

Als: Nueve menos veinte.

P3: Explica lo que significa.

Als: Que faltan veinte minutos para las nueve.

P: Muy bien. Ve a escribir en el encerado.

(...)

P3: ¿Cómo podemos representar de otra manera doce horas y cuarenta y cinco minutos?

Un alumno pide permiso para ir al encerado donde escribe 12 h 45 m.

P3: O ...

Als: ¡Una hora menos un cuarto!

Als: O trece horas menos ...

P3: ¿Menos ...?

Als: trece horas menos quince minutos!

P3: ¿O podríamos decir trece horas menos un cuarto, trece horas menos 15 minutos!

(Tiempo, tercer curso)

Las profesoras evocan conocimientos previos de los alumnos, buscando su articulación con los aprendizajes nuevos que pretenden alcanzar (Tabla 3).

Tabla 3. Transcripciones de Prácticas discursivas para articular conocimientos previos y nuevos

P2: Sabemos que desde la gente necesita medir cosas, ¿no es verdad? Si tenemos que medir líquidos, ¿qué estamos mediendo?

A: ¡La capacidad!

P2: ¿Y cuál es la unidad de medida de la capacidad?

Als: ¡Litro!

P2: Pero también hemos visto que hay unidades mayores que el litro y otras menores. Pero hoy no vamos a tratar de las medidas de capacidad; a veces necesitamos medir otras cosas.

A: Pues, ya hemos medido muchas cosas: la mesa ...

P2: Hace mucho tiempo utilizamos nuestro cuerpo.

(Longitud, segundo curso)

[La profesora le dice a la clase que van a construir el metro articulado utilizando las partes que fueron previamente construidas. Mientras va distribuyendo los conjuntos de los decímetros para cada grupo va planteando preguntas].

P3: Antes de construir el metro, ¿cómo medimos?

Als [uno a la vez]: Medíamos con las manos, los pies, los dedos, el cuerpo, ...

(Longitud, tercer curso)

P4: Vamos a recordar la circunferencia, para recordar los conceptos de diámetro y radio, para luego pasar a la medición de perímetros de los objetos circulares que yo os pida. Esencialmente, vamos a hacer la medición de perímetros de bases circulares.

(Longitud, cuarto curso)

Los procesos de argumentación en la realización de las actividades son mayoritariamente creados por el profesor, pero en su progresión, tanto profesor como alumnos van alternando funciones de proponente/oponente. Sobre todo, en los años de escolaridad más avanzados, las trayectorias argumentativas parecen constituir un medio que apunta a la institucionalización de los conocimientos puestos en juego en las acciones que los alumnos van realizando, en particular relacionados con el establecimiento de relaciones entre unidades de medida (en el caso de las magnitudes longitud y tiempo) y en la aplicación de técnicas de determinación de cantidades de magnitud (tanto para la magnitud longitud como para la masa y el tiempo) (Tabla 4).

Tabla 4. Transcripciones de Prácticas discursivas para la institucionalización de conocimientos

P2: Vamos a ver sólo los resultados de medir la pajita. ¿Cuántos clips se necesitan?

Als: ¡Seis!

Als: ¡Siete!

Als: ¡Once!

Als: ¡Ocho y medio!

A: ¡Cuatro y medio!

P2: Si le he dado clips a todo el mundo, ¿por qué han dado valores diferentes?

Als: ¡Porque los clips no tenían todos el mismo tamaño!

(Longitud, segundo curso)

P3: Entonces, un centímetro es una [esperando la respuesta centésima] del metro.

[Al verificar que nadie responde, la profesora se dirige al encerado donde dibuja un segmento de recta. Después, lo divide en 10 partes, pregunta a los alumnos cómo se designa cada parte y éstos responden decímetro, que escribe debajo del primer decímetro. A continuación, realiza una "copia" de un decímetro, lo divide en 10 partes, pregunta a los alumnos cómo se designa cada parte y éstos responden centímetro, que escribe debajo del decímetro].

P3: Entonces, un centímetro es una del metro.

(Longitud, tercer curso)

[La profesora observa si los alumnos ejecutan la tarea y, de vuelta al encerado, añade]:

Completa: Un día tiene ____ horas.

¿Y una semana? ____

En un día, la aguja de las horas da ____ vueltas al reloj.

En una hora, la aguja de los minutos da ____ vueltas al reloj.

(...)

P3: Entonces M., un día ¿cuántas horas tiene?

A: veinticuatro

[La alumna lo escribe en el encerado]

A: Un día tiene veinticuatro horas, pero en lugar de hacer la suma de veinticuatro horas siete veces hacemos veinticuatro multiplicado por siete.

P3: ¿Alguien tiene otra explicación?

A: Sabemos que una semana tiene siete días y un día tiene veinticuatro horas,

entonces, hacemos directamente siete veces por veinticuatro.

P3: O veinticuatro veces siete.

[En el encerado, el alumno resuelve la multiplicación 24 y escribe $24 \times 7 = 168$

$$\begin{array}{r} \times 7 \\ 168 \end{array}$$

Una semana tiene 168 horas]

(Tiempo, tercer curso)

4.2 Prácticas operativas

Las prácticas operativas en estos procesos de instrucción se centran en la aplicación de técnicas de determinación de cantidades de magnitud, por comparación directa o indirecta, de utilización de instrumentos de medición y de cálculo de valores de medidas. En los años iniciales, la ejemplificación de técnicas y la utilización de instrumentos de medición, junto con la validación de la ejecución de procedimientos y la evaluación de las soluciones encontradas, son las prácticas matemáticas más frecuentemente desarrolladas por la profesora. Las prácticas de comparación directa se basan en la utilización de unidades de naturaleza antropomórfica y de otras unidades no estandarizadas (como los recursos materiales de uso habitual en el aula), que en estas clases sólo se refieren a determinación de cantidades de longitud (Tabla 5).

Tabla 5. Transcripciones de prácticas operativas con unidades no estandarizadas

P1: Imaginad que queremos medir la anchura de la puerta y no tenemos nada con nosotros. ¿Qué hacemos?

Als: Abrimos los brazos y ...

Als: Ya lo sé. Ponemos las manos; si no llegan ponemos otra. Después, si necesitamos cuatro manos, la medida era cuatro

(Longitud, primer curso)

P2: Hoy vamos a hacer un trabajo en grupo. Vamos a medir longitudes en palmos, con las manos y con los pies.

A: ¿Cómo medimos con los pies?

[El alumno se levanta y ejemplifica la medición de la longitud del suelo con los pies.

(...)

Mientras los alumnos van a buscar los materiales solicitados, la profesora distribuye una pajita por cada mesa y grupo].

P2: ¿Todos tenéis el cuaderno y una pajita?

Als: Sí.

P2: Entonces ahora vamos a utilizar una medida igual para todo el mundo. También voy a dar un clip a cada grupo y vais a medir el cuaderno y la pajita. Vimos que cuando medimos con palmos no le dio igual a todo el mundo. Ahora vamos a ver cuántos clips se necesitan para cada objeto.

(Longitud, segundo curso)

Las técnicas de medición indirecta de longitudes se apoyan en la utilización de instrumentos de medida de uso bastante común como reglas, cintas métricas y balanzas (Tabla 6).

Tabla 6. Transcripciones de prácticas operativas de medición indirecta

P1 [apuntando a la balanza de dos platos]: Vamos a utilizar esta balanza. ¿Como se llama?

Als: De dos platos.

P1: Vamos a pesar entonces el estuche del J.M.

[La profesora coloca el estuche en uno de los platos de la balanza y en el otro coloca un cono de revolución en madera].

(Masa, primero curso)

[La profesora va colocando en la mesa algunos objetos que retira de una bolsa: una cinta métrica, una balanza de plato único y un vaso graduado.

(...)

La profesora muestra la escala de la balanza dirigiéndose a cada una de las mesas, destacando que los números constantes de la escala varían de 100 en 100.

(...)

La profesora coloca 1 kg de arroz en la balanza y escribe:

8 m hilo
2.200 kg naranjas
1 kg arroz]

(Masa, segundo curso)

P3: Ahora vamos a medir el bolígrafo [refiriéndose a la tarea propuesta en la ficha para determinar la longitud del bolígrafo].

Als: Dieciséis centímetros, diecisiete centímetros, quince centímetros.

(Longitud, tercer curso)

P4: Recordad: coloco el hilo en la base circular, coloco extremo con extremo, corto el hilo y con la regla métrica. ¿Lo habéis entendido? ¡Venga, es hora de poneros manos a la obra!

[Los alumnos comienzan a rodear con hilo los objetos de forma cilíndrica que trajeron de casa (latas y frascos, en su mayoría), intentando repetir el procedimiento realizado por el profesor para determinar el perímetro de la base de esos objetos.

(Longitud, cuarto curso)

El encerado es también un recurso de elección para los momentos de elucidación y ejercitación, tanto de procedimientos y de técnicas algorítmicas como para la sistematización de los conocimientos explorados. Así mismo, es un medio que utilizan tanto los alumnos como el profesor, siendo, este último quien decide quien sale al encerado, cuándo y con qué finalidad los alumnos lo deben utilizar (Tabla 7).

Tabla 7. Transcripciones de prácticas operativas de procedimientos y técnicas algorítmicas

P1: I., ¿Cuánto pesan estos dos niños? [La alumna se dirige al encerado, donde escribe $24 + 22$. A continuación, realiza la operación, escribiendo]:

$$\begin{array}{r} D U \\ 24 \\ + 22 \\ \hline 46 \end{array}$$

P1: ¿Cuánto dio?

Als: Cuarenta y seis kilos.

[La alumna vuelve a su lugar y sus compañeros copian la cuenta del encerado en el cuaderno].

(Masa, primero curso)

[El profesor se dirige al encerado y escribe: Si un día tiene 24 horas, ¿cuántos minutos tiene?]

P4: M., ¿una hora cuántos minutos tiene?

[El alumno no responde.]

P4: S., una hora, ¿cuántos minutos son?

[El profesor apunta a un reloj analógico que se encuentra en la pared, encima del encerado.]

P4: ¿Qué representa la bolita en el reloj?

A: Sesenta.

P4: ¡Entonces una hora tiene sesenta minutos!

Als: Cada número [del reloj] vale cinco, luego, ¡cinco veces doce son sesenta!

P4 [apuntando a la pregunta escrita en el encerado]: ahora este problema, rápido!

A: Mil cuatrocientos cuarenta.

P4: Ve a resolverlo al encerado

[El alumno se dirige al encerado, donde escribe: *60 minutos*

$$\begin{array}{r}
 \times 24 \text{ horas} \\
 60 \\
 \hline
 1440 \text{ minutos}
 \end{array}$$

(Tiempo, cuarto curso)

La valoración de los resultados que van obteniendo todos los alumnos también forman parte de las prácticas operativas que llevan a cabo las profesoras (Tabla 8).

Tabla 8. Transcripciones de prácticas operativas de la valoración de los resultados de los alumnos

[Los niños empiezan a realizar sus mediciones. En todos los grupos el ambiente es tranquilo. Se utilizan dos estrategias: en algunos grupos, la repetición de la unidad se logra girando el clip sobre sí mismo; en otros, marcando el extremo del clip antes de retirarlo para proseguir la medición. La profesora va circulando por los grupos, verificando los procedimientos y ayudando cuando sea necesario.]

(Longitud, segundo curso)

P3: Entonces vamos a escribir que son las cuatro de la tarde o ... ¡¡No quiero que

nadie diga nada, quiero que os pongáis a pensar!! [Mientras espera que el alumno haga en el encerado la tarea, la profesora va verificando el trabajo realizado por los demás alumnos en sus lugares. El estudiante coloca correctamente las manecillas en el reloj del encerado y escribe las 4 de la tarde].

(...)

[La profesora va verificando si los alumnos colocaron correctamente las manillas en sus relojes.

(Tiempo, tercer curso)

[La profesora va circulando por la sala, verificando los procedimientos y las mediciones realizadas. Los alumnos se mantienen en sus mesas, esperando la visita de la profesora]

(Longitud, cuarto curso)

4.3 Prácticas normativas

Las prácticas normativas que realizan las profesoras se observan en la presentación de conceptos, en el afianzamiento de conocimientos y en la realización de procedimientos para el uso de recursos para medir diferentes magnitudes. Las profesoras establecen institucionalmente los conocimientos, tanto conceptuales (Tabla 9) como procedimentales (Tabla 10), puestos en juego en el proceso instruccional.

Tabla 9. Transcripciones de prácticas normativas del conocimiento conceptual

[La profesora vuelve al encerado y registra los nuevos valores obtenidos por cada grupo, completando la tabla anterior]:

	<i>clips</i>	<i>hilos</i>
Grupo 1	8 y medio	3 y medio
Grupo 2	9 y medio	2 y un tercio
Grupo 3	12	3 y medio
Grupo 4	11 y medio	3 y medio

Grupo 5	6 y medio	5 y medio
---------	-----------	-----------

P2: He dado un clip y un hilo a cada grupo. ¿Por qué da números diferentes?

Als: Porque tienen diferentes tamaños.

(Longitud, segundo curso)

[La profesora recapitula el metro, sus partes y la relación entre ellas, ejemplificando con un metro articulado. Después, dibuja en el encerado]:



P3: ¿Cuántos centímetros son de cero al uno? [apuntando a las marcas de los centímetros]

Als: Un cm.

P3: ¿Cuánto es de los cuarenta y cinco al cuarenta y seis?

Als: Un centímetro.

P3: Un centímetro es sólo un poquito pequeño de los que tienen en el metro articulado. ¿Y cuántos centímetros tiene su metro articulado?

Als: Cien.

P3: ¿Y cómo se llama este pedacito [refiriéndose a un decímetro]?

Als: Decímetro.

[La profesora relaciona oralmente la unidad principal con sus submúltiplos].

(Longitud, tercer curso)

P4: Entonces, ¿cuántos días tiene un año bisiesto?

Als: Trescientos sesenta y seis.

[El profesor se dirige al encerado, completando: 12 meses = 365 días (año ordinario)
366 días (año bisiesto)]

P4: Recapitulando: el año común tiene trescientos sesenta y cinco días y un año bisiesto tiene trescientos sesenta y seis.

(Tiempo, cuarto curso)

Tabla 10. Transcripciones de prácticas normativas del conocimiento procedimental

P1 [apuntando a la balanza de dos platos]: ¿Y esta balanza, para qué servirá?

¿Cuántos platos tiene?

Als: Dos.

P1: ¿Por qué tiene dos platos? Vamos a imaginar que vamos al supermercado y encargamos un producto que pesaba cuatro kilos. Para saber si el peso era cierto, poníamos cuatro kilos del otro lado y se veía si estaba bien. ¿Cómo lo sabemos?

A1: Si son iguales.

P1: Muy bien. Cuando queremos comparar el peso de dos objetos, utilizamos balanzas de dos platos.

(Masa, primer curso)

P2: Si queremos saber cuánto mide el largo de esta clase, tenemos que establecer el inicio y el final.

(Longitud, segundo curso)

[La profesora se dirige al encerado y registra el valor propuesto correctamente por los alumnos: longitud = 1,26m]

P3: ¿Y si quisiera escribir en centímetros?

A: Ciento veinticinco centímetros.

P3: Muy bien, esto [apuntando 1,26m] es lo mismo que esto [apuntando 126cm].

[La profesora escribe en el encerado: longitud = 1,26m = 126cm]

(...)

La profesora se dirige al encerado, escribiendo:

Medidas de longitud

kilómetro (km)

hectómetro (hm)

decámetro (dam)

metro (m)

decímetro (dm)

centímetro (cm)

milímetro (mm)

Después, escribe las siglas de cada unidad en orden creciente de longitud]:

mm < cm < dm < m < dam < hm < km

P3: Vamos a escribir de esta manera porque siempre aparecen así.

(Longitud, tercer curso)

[Un alumno va al encerado y completa la igualdad: $P = 6 + 6 + 4 + 4 = 20 \text{ cm}$]

P4: ¿Está bien?

Al [el que realizó la tarea]: Está.

P4: ¿Estás seguro?

Al: Sí.

[El profesor se dirige al encerado y añade: $P = 6 + 6 + 4 + 4 = 12 + 8 = 20$ cm]

P4: No es para complicar, pero yo prefiero que escribas así. Vamos a aclarar que así es correcto [apuntando a la igualdad escrita por el alumno] pero debéis acostumbraros también a hacerlo así [apuntando a lo que ella mismo escribió en el encerado], porque con valores más complicados es más fácil hacerlo así.

(...)

P4: Recordad: coloco el hilo en la base circular, coloco extremo con extremo, corto el hilo y con la regla métrica. ¿Lo habéis entendido? ¡Venga, es hora de poneros manos a la obra!

(Longitud, cuarto curso)

5. Discusión

En la descripción de los procesos de instrucción matemática implementados en el primer ciclo de educación básica se reconocen prácticas matemáticas de naturaleza discursiva, operativa y normativa. El análisis de esas prácticas ha permitido separar los cursos de primero y segundo de los de tercero y cuarto, atendiendo a características propias de las mismas. Además, dicho análisis ha permitido determinar las funciones de la actividad docente de estas cuatro profesoras.

5.1. Cursos 1º y 2º

En esta fase inicial de los aprendizajes, las prácticas discursivas docentes incide en la presentación oral de contextos extramatemáticos para motivar la realización de las tareas. Estas prácticas movilizan contextos intramatemáticos, esencialmente de ámbito numérico, necesarios para la explicitación y comprensión de los contenidos correspondientes a las distintas magnitudes y los procesos de medición. En las prácticas matemáticas discursivas, las profesoras plantean cuestiones que apuntan tanto a la elaboración de justificaciones por los alumnos como a la construcción de secuencias argumentativas por parte de éstos; estas

últimas son también consecuencia de representaciones gráficas en que de alguna forma el profesor busca sistematizar los sucesivos resultados que son propuestos por los alumnos.

Las prácticas operativas en estos procesos de instrucción se centran en la aplicación de técnicas para determinar cantidades de la magnitud, por comparación directa o indirecta, y de utilización de instrumentos de medición. Las prácticas de comparación directa se basan, sobre todo, en la utilización de unidades de naturaleza antropomórfica y de otras unidades no estandarizadas, como los recursos materiales de uso habitual en el aula. En cuanto a las técnicas de medición indirecta de longitudes se apoyan en la utilización de instrumentos de medida de uso bastante común como reglas, cintas métricas y balanzas. En estos cursos iniciales las propuestas de acciones que buscan determinar cantidades de magnitud son presentadas, en su mayoría, de forma verbal y oral y soportadas solo por registros escritos en algunos momentos.

Las prácticas normativas se presentan a través de las intervenciones de las profesoras a nivel discursivo, destinándose sobre todo a gestionar las intervenciones de los alumnos y a sentar la base para la institucionalización de los conceptos y procedimientos necesarios para los cursos superiores de ese ciclo.

5.2. Curso 3º y 4º

En el ámbito discursivo, las prácticas de enunciación de proposiciones y de formulación de soluciones para las tareas propuestas son soportadas por registros escritos, requiriendo la lectura e interpretación de enunciados por parte de los alumnos (en fichas de trabajo, en el libro de texto o en el libro cuadro de la sala), así como la presentación escrita de los resultados emergentes de la resolución de las situaciones-problema. Al igual que en los niveles de escolaridad anteriores, las profesoras contemplan situaciones extramatemáticas, relacionadas con situaciones de la vida cotidiana de los alumnos; y evocan conocimientos previos de los alumnos, tanto a nivel discursivo como a nivel operativo, para la articulación con los nuevos aprendizajes.

En los procesos implementados en estos años, se registra una mayor prevalencia en prácticas operativas de naturaleza algorítmica. Las acciones de los alumnos se centran en la ejercitación de técnicas de representación simbólica de cantidades de medidas y de realización de cálculos numéricos para determinación de valores de medida. Estas prácticas son

eminentemente aritméticas, realizando de manera muy puntual actividades de medición indirecta por medio de instrumentos de medición.

Con su intervención, las profesoras van gestando los procesos desarrollados a veces procediendo a su ejemplificación y otras veces validando los resultados que se van obteniendo. Habitualmente, Las profesoras terminan los procesos instruccionales con la institucionalización de los conocimientos puestos en juego.

5.3. Funciones del docente

El análisis de las prácticas matemáticas realizadas permite examinar las funciones desempeñadas por el docente durante estos procesos de instrucción. Son las profesoras quienes asumen la orientación de todos los aspectos de implementación de dichos procesos: decidir y definir qué y cómo va a ser realizado, asignar tiempos y espacios a las actividades para ser ejecutadas, autorizar la utilización de los diversos recursos materiales y gestionar las intervenciones de los alumnos a lo largo de la concreción de las actividades.

El establecimiento de normas reguladoras de las relaciones establecidas por el alumnado y las profesoras, y la utilización de materiales existentes en el aula es una atribución de responsabilidad prácticamente exclusiva de las profesoras. Esta dimensión normativa evidencia también la existencia de normas de naturaleza epistémica, que de alguna manera conforman los significados pretendidos para los sistemas de prácticas matemáticas institucionales y que conllevan implicaciones para la relación de los alumnos con el saber matemático. Lo anterior se puede observar en las transcripciones de las tablas 9 y 10.

Otra de las funciones principales desempeñadas por los docentes en los procesos de instrucción realizados es potenciar en los alumnos la construcción de una visión utilitaria y pragmática de las actividades de índole matemática realizadas en el contexto escolar. Esto se observa en el llamamiento prácticamente unánime de las profesoras a contextos extramatemáticos y a situaciones de lo cotidiano, como se ha visto en la Transcripción de la tabla 1.

La gestión de los recursos de soporte habitual en las clases como el encerado, cuadernos individuales de los alumnos y el propio libro de texto, es también responsabilidad de estas profesoras. La utilización de estos recursos por parte de los alumnos depende de la autorización del profesor, que es quien decide qué datos y procedimientos deben ser registrados y en qué momentos de la clase los registros deben ocurrir. También es el profesor

el que gestiona los instrumentos de medida indicando cuando y qué material se puede utilizar, en qué actividad pueden ser empleados y establecer en qué momentos y por quién pueden ser usados los materiales. En las transcripciones de las tablas 5 y 6 se han recogido momentos que evidencian esas funciones.

En los episodios de instrucción analizados tienen lugar procesos de evaluación sólo del tipo formativo y de la responsabilidad del profesor, visibles en el seguimiento de la aplicación de técnicas de medición que se van ejecutando, y también en la monitorización que va haciendo de los resultados logrados por los alumnos. Como se puede observar en la transcripción de la tabla 8, se registran puntualmente momentos de evaluación de la corrección de los procedimientos realizados y de las soluciones alcanzadas de la responsabilidad de los propios alumnos.

6. Conclusión

En este trabajo se analizan las prácticas matemáticas de cuatro profesoras, relacionadas con las magnitudes y su medida, para el primer ciclo de educación básica de Portugal. Este análisis se realizó desde las prácticas discursivas, operativas y normativas que establece el marco del EOS y que permitieron reconocer diferentes funciones de la actividad docente realizada por esas profesoras.

Las prácticas discursivas se centran en la presentación oral de contextos extramatemáticos, como motivación para las tareas en todos los cursos del ciclo. En la movilización de contextos intramatemáticos, se registra una mayor prevalencia, en los dos últimos cursos, de registros escritos de naturaleza algorítmica para la explicitación y comprensión de los contenidos correspondientes a las distintas magnitudes y los procesos de medición. En cuanto a las prácticas operativas, la ejemplificación de técnicas y de utilización de instrumentos de medición, junto con la validación de la ejecución de procedimientos y la evaluación de las soluciones encontradas, son las prácticas matemáticas más frecuentemente desarrolladas por las cuatro profesoras. En los cursos superiores son casi inexistentes las prácticas de medición indirecta por medio de instrumentos. Las profesoras establecen institucionalmente los conocimientos puestos en juego en el proceso instruccional, tanto conceptuales como procedimentales, y lo hacen, sobre todo, de forma oral en los cursos iniciales y por medio de la simbolización en los cursos superiores. La identificación de las prácticas normativas indica una baja autonomía concedida a los alumnos en la gestión y

realización de las actividades matemáticas, con tiempos, espacios y manipulación de los recursos didácticos definidos previamente por las profesoras.

Una reflexión sistemática sobre las prácticas desarrolladas permite analizar la eficacia y adecuación de estas al contexto en el que se realiza, ofreciendo orientaciones curriculares para llevarlas a cabo con éxito. El análisis permitió exponer un conjunto de conclusiones parciales relativas a la idoneidad didáctica de ese proceso de instrucción, en el que se destacan: prácticas docentes basadas en la presentación oral de contextos extramatemáticos, que a pesar de su considerable participación (oral) en las actividades revierte en un bajo incentivo para promover el trabajo colaborativo de los alumnos; y utilización y gestión casi exclusiva, por parte de las profesoras, de todo el proceso de instrucción, lo cual deriva en una débil promoción de la autonomía del alumnado. En el análisis de las recomendaciones didácticas sobre la instrucción de las magnitudes y su medida, las profesoras crean preguntas adecuadas para explorar las diversas magnitudes y surge la detección de fragilidades que posibilitan las dificultades y los errores más frecuentes en su aprendizaje.

Por último, esta investigación pone de manifiesto que el análisis de las prácticas de aula, desde las vertientes discursiva, operativa y normativa, es indispensable para cualquier mejora en los procesos de instrucción. Este análisis permite distinguir prácticas eficaces para el aprendizaje del alumnado de otras prácticas que no lo son, atendiendo a las funciones que realiza el docente. Además, este análisis posibilita el acceso a las formas de intervención docente, creando oportunidades de validar o reconfigurar su práctica profesional.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido Financiado por: FEDER/Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades – Agencia Estatal de Investigación/ _Proyecto EDU2017-84979-R.

REFERENCIAS

AIRES, A.P.; CAMPOS, H. Construção intuitiva do conceito de medida. In: P. PALHARES; A. GOMES; E. AMARAL (Coords.). **Complementos de Matemática para Professores do Ensino Básico**. Lisboa: Lidel-Edições Técnicas, Lda. 2011. p. 47-62.

BAGNI, G. T.; D'AMORE, B. Epistemologia, sociologia, semiotica: la prospettiva socio-culturale. **La matematica e la sua didattica**, v. 1, p. 73-89, 2005.

BÍVAR, A.; GROSSO, C.; OLIVEIRA, F.; TIMÓTEO, M.C. **Programa e Metas Curriculares Matemática – Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência, 2013.

CASTRO MARTÍNEZ, E.; OLMO, A.; CASTRO MARTÍNEZ, E. **Desarrollo del pensamiento matemático infantil**. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática da Universidad de Granada, 2002.

CHAMORRO, M. C. Aproximación a la medida de magnitudes en la Enseñanza Primaria. **Uno**. n.3, p. 31-53, 1995.

CHAMORRO, M. C.; Belmonte, J. **El problema de la medida – Didáctica de las magnitudes lineales**. Madrid: Editorial Síntesis, 1988.

CHAMORRO, M. C. Las dificultades en la enseñanza aprendizaje de las magnitudes en educación primaria y E.S.O. In: E. FERNÁNDEZ GONZÁLEZ (Coord.). **Dificultades del Aprendizaje de las Matemáticas**. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Instituto Superior de Formación del Profesorado, 2001. p. 79-122.

CHAMORRO, M. C. Herramientas de análisis en didáctica de las matemáticas. In: M. C. CHAMORRO (Coord.) **Didáctica de las Matemáticas para Primaria**. Madrid: Pearson Educación, 2003. p. 69-94.

CHAMOSO, J. M et al. Análisis y experimentación de juegos como instrumento para enseñar matemáticas. **Suma**, n. 47, 47-58, 2004.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la Didactique : Perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en didactique des mathématiques**, v.12, n.1, p. 73-112, 1997.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**. v. 19, n.2, p. 221-266, 1999.

CIVIL, M.; PLANAS, N. Participation in the mathematics classroom: Does every student have a voice?. **For the Learning of Mathematics**, v. 24, n.1, p. 7-12, 2004.

CLEMENTS, D. H.; BATTISTA, M.; SARAMA, J. Development of geometric and measurement ideas. In: R. LEHRER; D. CHAZAN (Eds.). **Designing learning environments for developing understanding of geometry and space**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1998. p. 201-225.

CLEMENTS, D. H.; STEPHAN, M. Measurement in Pre-K to Grade 2 Mathematics. In: D. H. CLEMENTS; J. SARAMA; A.M. DIBIASE (Eds.). **Engaging young children in Mathematics: Standards for early childhood mathematics education**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2004. p. 299-317.

D'AMORE, B. Pratiche e metapratiche nell'attività matematica della classe intesa come società: Alcuni elementi rilevanti della didattica della matematica interpretati in chiave sociologica. **La matematica e la sua didattica**, v. 19, n. 3, p. 325-336, 2005.

D'AMORE, B.; FONT, V.; GODINO, J. D. La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Paradigma**, v. XXVIII, n.2, p. 49-77, 2007.

D'AMORE, B.; RADFORD, L.; BAGNI, G. T. Ostacoli epistemologici e prospettiva socio-culturale. **L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate**, v. 29, n. 1, p. 12-39, 2006.

DÍAZ BARRIGA, F. **Enseñanza situada: Vínculo entre la escuela y la vida**. México: McGraw-Hill, 2006.

DOUGLAS, D. H.; CLEMENTS, J.; SARAMA, J. **Learning and Teaching Early Maths. The learning Trajectories Approach**. New York: Routledge, 2009.

GHIGLIONE, R.; MATALON, B. **Las encuestas sociológicas**. México: Trillas, 1989.

GODINO, J. D. Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 22, n. (2/3), p. 237-284, 2002. Disponible en <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/>.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. In: A. SIERPINSKA; J. KILPATRICK (Eds.). **Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity**. Dordrecht: Kluwer, A. P., 1998. p. 177-195.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. **Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática**, 2007. Disponible en <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/>.

GODINO, J. D. ; CONTRERAS, A.; FONT, V. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, v. 26, n. 1, p. 39-88, 2006. Disponible en <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/>.

GODINO, J. D et al. Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. **Paradigma**, v. 27, n. 2, p. 221-252, 2006.

GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, v. 8, n. 11, p. 111-132, 2013.

GODINO, J. D.; BENCOMO, D.; FONT, V.; WILHELMI, M.R. **Pauta de Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática**, 2006. Disponible en http://www.ugr.es/~jGODINO/indice_eos.htm.

LEHRER, R. Developing Understanding of Measurement. In: J. KILPATRICK; W. G. MARTIN; D. SCHIFTER (Eds.). **A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2003. p. 179-192.

LEHRER, R.; JENKINS, M.; OSANA, H. Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry. In R. LEHRER; D. CHAZAN (Eds.). **Designing learning environments for developing understanding of geometry and space**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1998. p. 137-167.

LÜDKE, M. ; ANDRÉ, M. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. S. Paulo: Editora Pedagógica Universitária, 1986.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. **How students learn: History, mathematics, and science in the classroom**. Washington, DC: National Academies Press, 2005. Disponible en <https://doi.org/10.17226/10126>.

AUTOR. **Abordagem ontossemiótica de processos de ensino e aprendizagem de grandezas e medidas no 1.º Ciclo de Educação Básica**. Tese (Doutoramento em Perspetivas Didáticas em áreas Curriculares) – Programa de Doutoramento em Didáctica y Organización Escolar, Universidad de Santiago de Compostela, Santiago de Compostela, 2016.

AUTORES. Aproximación ontosemiótica de prácticas de aula sobre la medida en educación primaria. In: J. A. MACÍAS; A. JIMÉNEZ; J. L. GONZÁLEZ; M. T. SÁNCHEZ; P. HERNÁNDEZ; C. FERNÁNDEZ; F. J. RUIZ; T. FERNÁNDEZ; A. BERCIANO (Eds.). **Investigación en Educación Matemática XX**. Málaga: SEIEM, 2016. p. 387-396.

AUTORES. Componentes e indicadores de idoneidade didática para processos de estudo sobre grandezas e sua medida e sua aplicação no Ensino Básico. In: **Actas del 2º Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos**, 2017.

PATTON, M.Q. **Qualitative Evaluation and Research Methods** (3rd Edition). London: Sage, 2002.

PIRES, I. **Medição de grandezas**. Lisboa: DGEB, 1983.

PIZARRO, N.; GORGORIO, N.; ALBARRACÍN, L. Caracterización de las tareas de estimación y medición de magnitudes. **Números**, n. 91, p. 91-103, 2016.

PONTE, J. P. O estudo de caso na investigação em educação matemática. **Quadrante**, v.3, n.1, p. 3-18, 1994.

SEKIGUCHI, Y. Development of mathematical norms in an eighth-grade Japanese classroom. In: H. L. CHICK; J. L. VINCENT (Eds.). **Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, v. 4. Melbourne: PME, 2005. p. 153-160.

TUCKER, K. **Mathematics Through Play in the Early Years**. London: Sage Publications, 2014.

YIN, R. (Ed). **Introducing the world of education. A case study reader**. Thousand Oaks: Sage Publications, 2005.

VAN DE HEUVEL-PANHUIZEN, M.; BUYS, K. **Young Children Learn Measurement and Geometry. A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for the lower grades in primary school**. Freudenthal Institute, Utrecht University, 2005.

VOIGT, J. Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 26, 275-298, 1994.

SOBRE OS AUTORES

Teresa F. Blanco

Doctora en Matemáticas, Universidad de Santiago de Compostela (USC); Profesora titular del área de Didáctica de la Matemática en la Facultad de Ciencias da Educación de la USC-España; Programa de Doctorado en Educación; Grupo de investigación EAMARE-STEAM (Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Adolescentes en Riesgo de Exclusión. Intervención Docente a Través De Las STEAM). E-mail: teref.blanco@usc.es

 <http://orcid.org/0000-0003-4215-8677>

Isabel C. Nogueira

Doctora em Perspetivas Didáticas em Áreas Curriculares, Universidad de Santiago de Compostela (USC); Professora adjunta do Departamento de Formação de Professores na Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti, Portugal; Grupo de investigación EAMARE-STEAM (Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Adolescentes en Riesgo de Exclusión. Intervención Docente a Través De Las STEAM). E-mail: icn@esept.pt

 <http://orcid.org/0000-0002-6983-1107>

Jose Manuel Diego-Mantecón

Doctor em Educación Matemática, Universidad de Cambridge (Reino Unido); Profesor Contratado doctor en el departamento de matemáticas e investigación operativa de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria (UCA), España; Grupo de investigación EAMARE-STEAM (Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Adolescentes en Riesgo de Exclusión. Intervención Docente a Través De Las STEAM). E-mail: diegojm@unican.es

 <http://orcid.org/0000-0002-4427-2724>

Recebido em: 14 de maio de 2019
Aprovado em: 28 de maio de 2019
Publicado em: 01 de julho de 2019